درس و تست فیزیک عمومی
کنکور ارشد فیزیک پزشکی

گردآورندگان

مهرداد سلیمی

نوذر سلطانی

SANABOOK.COM

کلاس(گروهی و خصوصی)
آزمون آزمایشی
تقویت رزومه
نمره زبان MSRT / MHLE
مشاوره و پشتیبانی
جزوه
موسسه علوم پزشکی

فهرست مطالب

فصل اول: آزمون ۹۰-۸۹ زیر ذره‌بین ۷
فصل دوم: آزمون ۹۱-۹۰ زیر ذره‌بین ۱۴۳
فصل سوم: آزمون ۹۲-۹۱ زیر ذره‌بین ۲۵۰
فصل چهارم: آزمون ۹۳-۹۲ زیر ذره‌بین ۳۴۷
فصل پنجم: آزمون ۹۴-۹۳ زیر ذره‌بین ۴۰۹
فصل ششم: آزمون ۹۵-۹۴ زیر ذره‌بین ۴۵۶
فصل هفتم: آزمون ۹۶-۹۵ زیر ذره‌بین ۵۲۱
فصل هشتم: آزمون ۹۷-۹۶ زیر ذره‌بین ۵۵۱
فصل نهم: آزمون ۹۸-۹۷ زیر ذره‌بین ۵۸۳
فصل دهم: آزمون ۹۹-۹۸ زیر ذره‌بین ۶۱۳
فصل یازدهم: آزمون ۴۰۰-۹۹ زیر ذره‌بین ۶۴۹
منابع ۶۶۲

SANABOOK.COM

کلاس(گروهی و خصوصی) آزمون آزمایشی
تقویت رزومه نمره زبان MSRT / MHLE
مشاوره و پشتیبانی جزوه

مقدمه مؤلف

فیزیک بنیادی‌ترین علم است. بدون شک زیربنای تمامی علوم بنیادی و مهندسی به‌طور قابل توجهی تحت تأثیر اصول و قوانین فیزیک بوده و این مهم بر کسی پوشیده نیست.

فیزیک بیان پدیده‌های طبیعی به زبان ریاضیات است و فیزیکدان مترجمی است که زبان طبیعت را به ریاضیات و برعکس ترجمه می‌کند.

فیزیکدان همواره خرسند است، چرا که توانمند است و توانمندی را در عمل هدیه می‌دهد؛ بله دوستان گرامی توانمندی از زمانی آغاز شد که بشر توانست به پدیده‌های اطراف خود عدد نسبت دهد؛ عدد نسبت دادن همانا و آغاز پیشرفت همان.

بر مبنای اصول و قوانین فیزیکی بدست آمده از بطن طبیعت عصر تکنولوژی کلید خورد و بشر راحتی و آسایش روزافزون را برای نوع خود به ارمغان آورد؛ بنابراین از آن جهت که علم فیزیک نمود دارد، قابل احترام و ستایش فراوان است، تا جایی که بعضی از فیزیکدانان و فیزیک پیشگان آن را تا سر حد پرستش، عاشقانه دوست دارند.

در فیزیک، پدر معنوی (معلم) ما، طبیعت شکوهمند است و ازاین‌رو هر فیزیکدانی به خود می‌بالد، چرا که طبیعت بسیار منطقی بوده و تخطی در آن راه ندارد.

بدون هیچ شکی همواره نوع بشر وام‌دار ابد فیزیکدانانی می‌باشد که در زمان‌های مختلف و در مکان‌های مختلف در سرتاسر تاریخ پا به عرصه وجود گذاشته و پرده از رموز طبیعت برداشته و هریک به وسیع خود چراغی را برافروخته‌اند؛ ایشان انسان‌هایی والا و تأثیرگذار بوده و همواره از آنان به نیکی و بزرگی یاد می‌گردد. با تمام وجود خوشحالیم که در ادامهٔ مسیر این بزرگان گام برمی‌داریم و ازاین‌رو همواره به خود می‌بالیم.

با افتخار اعلام می‌کنیم که اگر هزاران بار دیگر فرصت دوباره زیستن را بیابیم بدون هیچ تردیدی، فیزیک پیشگی را برمی‌گزینیم.

دربارهٔ اثر

با توجه به گستردگی دانش فیزیک و سر و کار داشتن فیزیکدانان با پدیده‌های متعدد، شاید

SANABOOK.COM
کلاس(گروهی و خصوصی) آزمون آزمایشی
تقویت رزومه نمره زبان MHLE / MSRT
مشاوره و پشتیبانی جزوه
موسسه علوم پزشکی

دوستداران فیزیک و یا کسانی که به نوعی با دنیای بی‌انتهای فیزیک درگیر هستند، دچار آشفتگی فکری گردند؛ اینجاست که این قضیه برای داوطلبان کنکور به ویژه داوطلبان غیرفیزیکی (دانش آموختگان غیر فیزیک) پررنگ‌تر است. راه چاره چیست؟! خلق کتاب‌هایی خودآموز، روان و منسجم که تا حد قابل توجهی، این خلأ و اغتشاش فکری را تخفیف دهد.

در این مجموعه سعی بر این بوده است تا علاوه بر برآوردن موارد ذکر شده، مطالب در قالب درسنامه‌ها و پاسخ‌های مربوطه به گونه‌ای مدون شود تا ویژگی‌های زیر را در برگیرد:

- ارائه توضیحات روان و مفهومی در قالب درسنامه‌هایی به ظاهر مستقل، در عین حال پیوسته
- بررسی تک‌به‌تک سؤالات درس فیزیک عمومی ۱۱ سال اخیر و بیان نکات کلیدی و تکمیلی به همراه ذکر مثال‌های متنوع و اضافی ضمن آنها
- مناسب همهٔ دانشجویان با هر سطح علمی

شاخص‌ترین و پیچیده‌ترین قسمت تدوین این اثر ایجاد انسجام میان نکات پراکندهٔ مربوط به حل تست‌های هر سال بود؛ اما چرا پراکندگی؟!

عادت رایج در طراحی کتاب‌های کنکوری، طبقه‌بندی مطالب است، این کار در نظم دادن به مطالب و نیز نظم ذهنی و یادگیری بسیار مفید است؛ اما یک نیاز بنیادی داوطلبان کنکور را پاسخ نمی‌گوید و آن این است که تست‌های کنکور از مطالب متنوع و مختلف منابع مربوطه استخراج می‌گردند و بزرگ‌ترین دغدغه داوطلبی که می‌خواهد به سؤالات پاسخ دهد این است که علاوه بر حفظ انسجام و آرامش فکری خود بتواند در مدت کوتاهی ذهنش را روی مسائل مختلف و با موضوعات کاملاً متفاوت متمرکز کند (به عبارت بهتر؛ از این شاخه به آن شاخه بپرد).

لذا داوطلب باید ذهنش را به گونه‌ای تعلیم دهد که این توانایی و ورزیدگی در او هویدا گردد؛ لذا اینجانبان بسیار تلاش کرده‌ایم که در این به اثر به این مهم بپردازیم؛ قضاوت اینکه تا چه حد در این امر موفق بوده‌ایم با شخص خواننده، دانشجویان، اساتید گرانمایه و صاحب‌نظر است؛ بنابراین از همگی تقاضا می‌کنیم که با نظرات و پیشنهادات خود، ما را در هر چه پربارتر کردن اثر در چاپ‌های بعدی یاری فرمائید.

مهرداد سلیمی- نوذر سلطانی
sanabook.comment@gmail.com
mehrdadSalimi1989@gmail.com
اسفند ۱۳۹۹

SANABOOK.COM
کلاس(گروهی و خصوصی) آزمون آزمایشی
تقویت رزومه نمره زبان MHLE / MSRT
مشاوره و پشتیبانی جزوه
موسسه علوم پزشکی

فصل اول

آزمون ۹۰-۸۹ زیر ذره‌بین

درسنامه پرسش اول

تعریف تکانه

متوقف کردن کامیونی سنگین از متوقف کردن اتومبیل کوچکی با همان سرعت دشوارتر است. این واقعیت را چنین بیان می‌کنیم:

تکانه کامیون بیشتر از اتومبیل است.

منظور از تکانه: لختی در هنگام حرکت است.

به عبارت دقیق‌تر تکانه به‌صورت حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت آن تعریف می‌شود.

تکانه = جرم × سرعت

$$P = m \times V$$

SANABOOK.COM

قانون پایستگی تکانه

وقتی تکانه، یا هر کمیت فیزیکی دیگر تغییر نکند می‌گوییم آن کمیت پایسته است.

«تکانه‌ی دستگاه در نبود نیروی خارجی تغییر نمی‌کند.»

در هر دستگاهی که در آن تمام نیروها داخلی باشند مانند برخورد اتومبیل‌ها، هسته‌های اتمی در حال واپاشی، یا ستارگان در حال انفجار، تکانه‌ی خالص دستگاه قبل و بعد از هر رویداد یکسان است.

تشخیص نوع حرکت

معادله‌ی حرکت: معادله‌ای است ریاضی که نشان‌دهنده‌ی ارتباط مکان و زمان متحرک است.

اگر جسمی در راستای محور x حرکت کند معادله‌ی حرکت آن به‌صورت $x = f(t)$ بیان می‌شود.

مشاوره و پشتیبانی
جزوه
تقویت رزومه
نمره زبان MHLE / MSRT
کلاس(گروهی و خصوصی)
آزمون آزمایشی

معادله‌ی حرکت یکنواخت: حرکتی که در آن اندازه و جهت بردار سرعت ثابت بماند را حرکت راست خط یکنواخت می‌گویند.

$$V = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان جابه‌جایی}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_{\circ}}{t - t_{\circ}}$$

در این رابطه x مکان متحرک در لحظه t و $x_{\circ}$ (مکان اولیه) متحرک در لحظه‌ی شروع حرکت $t_{\circ}$ است. لحظه‌ی شروع حرکت را به اختیار معمولاً $t_{\circ} = ۰$ در نظر می‌گیریم و اگر حرکت از مبدأ مختصات آغاز گردد $x_{\circ} = ۰$ خواهد. بنابراین:

معادله حرکت یکنواخت: $V = \frac{x}{t} \Rightarrow x = Vt$

$$۱m = ۰/۰۰۱km = ۱۰۰cm \,,\, ۱s = \frac{۱}{۳۶۰۰}h$$

$$۱\frac{m}{s} = ۳/۶\frac{km}{h}$$

تذکر: همواره به سازگاری واحدها در روابط دقت کنید:

$$P = mV = (kg)(\frac{m}{s}) \text{ یا } (gr)(\frac{cm}{s})$$

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = (\frac{m}{s}) \text{ یا } (\frac{km}{h}) \text{ یا } (\frac{cm}{s})$$

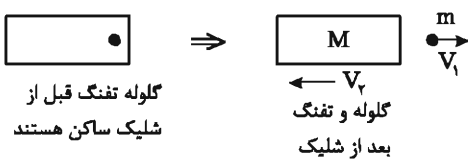
برای تبدیل واحد km/h به m/s آن را بر عدد ۳/۶ تقسیم و برای تبدیل واحد m/s به km/h آن را در عدد ۳/۶ ضرب می‌کنیم.

سؤال ۱- از تفنگی به جرم $۵kg$ گلوله‌ای ۱۰ گرمی با تندی $۴۲۸\frac{m}{s}$ شلیک می‌شود. نسبت مسافتی که تفنگ به سوی عقب حرکت می‌کند درحالی‌که گلوله در تفنگ است به مسافتی که گلوله به سوی جلو حرکت می‌کند چقدر است؟

الف) $\frac{۲}{۱۰۰۰}$ ب) $\frac{۱}{۴۲۸}$ ج) $\frac{۱۰}{۴۲۸}$ د) $\frac{۵}{۴۲۸}$

پاسخ گزینه (الف) صحیح است.

در این سیستم پایستگی تکانه‌ی خطی برقرار است.



گلوله تفنگ قبل از شلیک ساکن هستند

گلوله و تفنگ بعد از شلیک

$$p_i = ۰ \quad p_f = mV_۱ + MV_۲$$

SANABOOK.COM
مشاوره و پشتیبانی
جزوه
تقویت رزومه
نمره زبان MHLE / MSRT
کلاس(گروهی و خصوصی)
آزمون آزمایشی

از پایستگی تکانه داریم:

$P_i = P_f \Rightarrow mV_1 + MV_2 = 0 \rightarrow V_2 = -\frac{m}{M}V_1$ V_2 منفی است چون تفنگ پس زده می‌شود.

$$\Rightarrow V_2 = -\frac{10 \times 10^{-3}}{5}(428) = -0/856\frac{m}{s}$$

از طرفی $x = Vt$ بنابراین

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{V_2 t}{V_1 t} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{0/856}{428} = 0/002$$

درسنامه پرسش دوم

توضیح مفاهیم موردنیاز برای حل این پرسش به‌طور مختصر:

- به حرکت‌هایی که در فواصل زمانی مساوی و متوالی عیناً تکرار می‌شوند حرکت دوره‌ای یا متناوب می‌گویند. مانند تپش منظم قلب.
- به حرکت تناوبی که حول یک نقطه‌ی ثابت به‌صورت رفت‌وبرگشت صورت می‌گیرد حرکت نوسانی می‌گویند و جسم نوسان‌کننده را نوسانگر می‌نامند.
- حرکت نوسانی نوعی حرکت متناوب است و تمام ویژگی‌های این نوع حرکت را دارا می‌باشد.
- دوره فاصله‌ی زمانی بین دو وضعیت یکسان متوالی یک نوسانگر است به عبارت دیگر زمان انجام یک نوسان کامل. نماد زمان دوره (T) و واحد آن ثانیه است.
- وقتی جسمی دور محوری داخلی می‌گردد به آن حرکت چرخشی یا دورانی می‌گویند مانند چرخ و فلک.
- وقتی جسمی دور یک محور خارجی بچرخد به آن حرکت گردشی می‌گویند. مانند گردش زمین به دور خورشید.
- لختی دورانی (گشتاور لختی): همانگونه که جسم ساکن می‌خواهد ساکن بماند و جسم متحرک به حرکت خود در خط راست ادامه دهد، جسمی که دور محوری می‌چرخد می‌خواهد دور همین محور بچرخد، مگر آنکه یک عامل مؤثر خارجی (گشتاور نیرو) در حرکت آن اختلال ایجاد کند. این ویژگی جسم که در برابر تغییر حالت در حرکت‌های چرخشی مقاومت می‌کند را لختی دورانی می‌نامند و نماد آن (I) است.
- لختی دورانی نیز، مانند لختی در حرکت خطی، به جرم بستگی دارد.
- برخلاف حرکت خطی، لختی دورانی به چگونگی توزیع جرم دور محور چرخش بستگی دارد.
- هرچه فاصله تمرکز جرم جسم و محور چرخش بیشتر باشد، لختی دورانی بیشتر است.

SANABOOK.COM
کلاس(گروهی و خصوصی) آزمون آزمایشی
تقویت رزومه نمره زبان MHLE / MSRT
مشاوره و پشتیبانی جزوه
موسسه علوم پزشکی

- لختی دورانی هر جسمی، به محوری بستگی دارد که دور آن می‌چرخد. به‌عنوان مثال چرخش‌های مختلف یک مداد را با هم مقایسه کنید:

۱) دور قسمت مرکزی و موازی طول آنجایی که مغز مداد قرار دارد.

۲) دور محور عمود بر نقطه‌ی میانی

۳) دور محور عمود بر یک انتهای آن.

در حالت اول لختی دورانی بسیار کوچک است و به راحتی می‌توان مداد را بین انگشتان چرخاند زیرا بیشتر جرم به محور نزدیک است.

دور محور دوم مانند بندبازی که روی طناب راه می‌رود لختی دورانی بزرگ‌تر است.

دور محور سوم در انتهای مداد به‌طوری‌که آن را مانند آونگ به نوسان درآورد لختی دورانی باز هم بزرگ‌تر است.

لختی دورانی شکل‌های مختلف

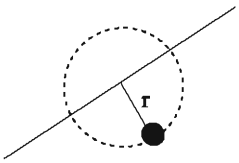
قبل از بیان لختی دورانی شکل‌های مختلف، مقایسه لختی دورانی استوانه توپر و حلقه‌ای که از بالای سطحی شیب‌دار از حال سکون رها می‌شوند آموزنده خواهد بود:

- هردوی آن‌ها دور محور مرکزی می‌چرخد.
- جسمی که بیشتر جرمش دور از محور قرار دارد حلقه است. بنابراین حلقه با توجه به جرمش، لختی دورانی بیشتری دارد و غلتاندن آن دشوارتر است.
- هر استوانه‌ی توپری روی سطح شیب‌دار از حلقه جلو می‌افتد!

وقتی چرخیدن مطرح می‌شود، جسم با لختی دورانی بیشتر، نسبت به جرمش در مقابل تغییر حرکت مقاومت بیشتری دارد.

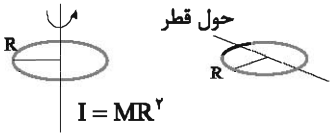
لختی دورانی اجسام مختلف به جرم M حول محورهای نشان داده شده: (با فرض یکنواخت بودن توزیع جرم)

۱) آونگ ساده



$I = Mr^2$

۲) حلقه



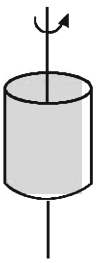
حول محوری که از مرکز حلقه می‌گذرد.

$I = MR^2$

$I = \frac{1}{2}MR^2$

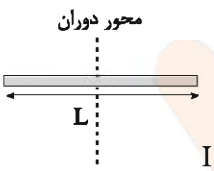
SANABOOK.COM

۳) پوسته استوانه‌ای

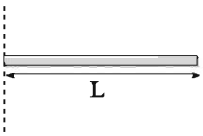


$I = MR^2$

۴) میله نازک به‌طور L

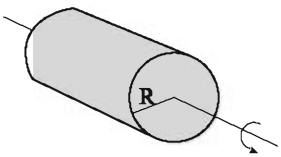


$I = \frac{1}{12}ML^2$

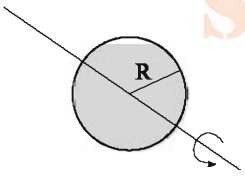


$I = \frac{1}{3}ML^2$

۵) قرص دایره‌ای یا استوانه توپر

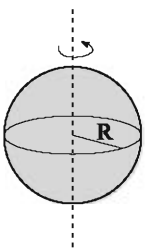


$I = \frac{1}{2}MR^2$



$I = \frac{1}{2}MR^2$

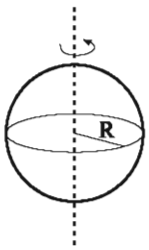
۶) کره توپر



$I = \frac{2}{5}MR^2$

SANABOOK.COM
مشاوره و پشتیبانی
جزوه
تقویت رزومه
نمره زبان MHLE / MSRT
کلاس(گروهی و خصوصی)
آزمون آزمایشی

۷) پوسته‌ی کروی



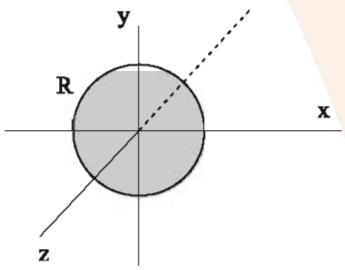
$$I = \frac{۲}{۳}MR^۲$$

چند قضیه مهم و مفید برای محاسبه لختی دورانی حول محورهای مختلف[۱]

قضیه محورهای متعامد

گشتاور لختی هر پوسته‌ی تخت حول محوری عمود بر صفحه پوسته برابر است با مجموع گشتاور لختی‌ها حول هر دو محوری که متقابلاً بر هم عمودند و در صفحه پوسته واقعند و از آن محور عمود بر پوسته بگذرند.

مثال قرص دایره‌ای نازک در صفحه xy:



$$I_z = \frac{۱}{۲}MR^۲ = I_x + I_y$$

با توجه به تقارن شکل $I_x = I_y = \frac{۱}{۴}MR^۲$

درواقع این گشتاور لختی، گشتاور لختی حول هر محوری در صفحه قرص است که از مرکز قرص بگذرد.

SANABOOK.COM

قضیه‌ی محورهای موازی

گشتاور لختی حول هر محور برابر است با گشتاور لختی حول محوری موازی با آن محور که از مرکز جرم می‌گذرد به اضافه‌ی حاصل‌ضرب جرم جسم در مربع فاصله‌ی بین این دو محور.

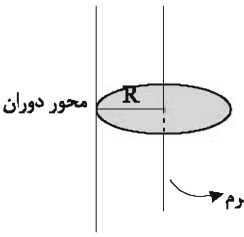
$$I = I_{cm} + ml^۲$$

مثال گشتاور لختی قرص دایره‌ای حول محوری که عمود بر صفحه‌ی آن و از لبه‌ی آن می‌گذرد:

---

[۱]- برای توزیع‌های پیوسته لختی دورانی از رابطه $I = \int r^۲ dm$ محاسبه می‌شود که r فاصله عمودی عنصر جرم و محور دوران است.

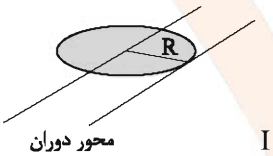
کلاس(گروهی و خصوصی) آزمون آزمایشی
تقویت رزومه نمره زبان MHLE / MSRT
مشاوره و پشتیبانی جزوه
مؤسسه علوم پزشکی



گشتاور لختی حول محور گذرنده از مرکز جرم

$$I = \frac{۱}{۲}MR^۲ + MR^۲ = \frac{۳}{۲}MR^۲$$

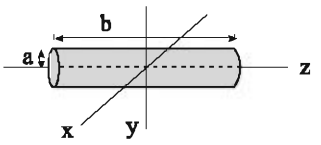
مثال گشتاور لختی قرص دایره‌ای حول محوری که در صفحه‌ی قرص قرار دارد و بر لبه‌ی آن مماس باشد:



$$I = \frac{۱}{۴}MR^۲ + MR^۲ = \frac{۵}{۴}MR^۲$$

بیشتر بدانید:

- گشتاور لختی استوانه‌ی دایره‌ای یکنواخت به طول b و شعاع a حول محوری که از مرکز آن گذشته و بر محور مرکزی‌اش عمود باشد:



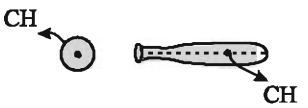
$$I_x = I_y = \frac{۱}{۴}Ma^۲ + \frac{۱}{۱۲}Mb^۲$$

- گشتاور لختی یک جسم مرکب برابر $I = I_۱ + I_۲ + \dots$ می‌باشد که $I_۱$ و $I_۲$ و ... گشتاور لختی اجزای مختلف جسم حول محور خالص انتخاب شده است.

SANABOOK.COM

مرکز جرم و گرانیگاه

در هر جسم مرکز جرم[1] (CM) نقطه‌ی میانگین تمام جرم است که جسم را تشکیل می‌دهد. مثلاً مرکز جرم جسم متقارنی چون توپ در مرکز هندسی آن است. برعکس در جسم نامنظمی مانند چوب بیسبال، بیشتر جرم در انتهای آن قرار دارد.



گرانیگاه[1] (CG): اصطلاحی است که معمولاً برای مرکز جرم به کار می‌رود و صرفاً مکان میانگین توزیع وزن است. چون وزن و جرم با هم متناسب‌اند، گرانیگاه و مرکز جرم هر دو مربوط به یک نقطه

[1]. Center of mass (CM)

مشاوره و پشتیبانی
جزوه
تقویت رزومه
نمره زبان MHLE / MSRT
کلاس(گروهی و خصوصی)
آزمون آزمایشی

جسم می‌شود. برای بیشتر اجسام در نزدیکی سطح زمین، این اصطلاحات مترادف‌اند. وقتی جسمی آن قدر بزرگ باشد که گرانی در بخش‌های مختلف آن تغییر کند، گرانیگاه و مرکز جرم ممکن است اندکی متفاوت باشند.

فیزیک‌دانان استفاده از اصطلاح مرکز جرم را ترجیح می‌دهند، چون جسم چه تحت تأثیر گرانش باشد و چه نباشد دارای مرکز جرم است (هرگاه وزن دخیل باشد اصطلاح گرانیگاه را ترجیح می‌دهیم).

گرانیگاه جسم یکنواختی، مانند خط کش، در وسط آن است، زیرا رفتار خط‌کش به گونه‌ای است که گویی تمام وزنش در انجام متمرکز شده است. نگه داشتن آن نقطه تمام خط‌کش را نگه می‌دارد (بد نیست امتحان کنید)

مرکز جرم جسم می‌تواند بیرون آن باشد:

مرکز جرم جسم L مانند جایی است که در آن جرمی وجود ندارد.

گشتاور

انتهای خط‌کشی را با دست خود به‌صورت افقی نگه دارید. وزنه‌ای را نزدیک دستتان از آن بیاویزید. احساس می‌کنید که خط‌کش تاب می‌خورد. حال وزنه را بلغزانید تا از دستتان دور شود. احساس می‌کنید که پیچ‌وتاب شدیدتر می‌شود. اما وزنه تغییری نکرده است. نیروی وارد بر دست شما یکسان است. آنچه تغییر کرده گشتاور است.

گشتاور همتای چرخشی نیروست. نیرو تمایل دارد که حرکت اجسام را تغییر دهد، گشتاور می‌خواهد جسم را بپیچاند یا حالت چرخشی آن را تغییر دهد.

اگر بخواهید جسم ساکنی را به حرکت درآورید به آن نیرو وارد می‌کنید. اگر بخواهیم جسم ساکنی را بپیچانید به آن گشتاور وارد می‌سازید.

همان‌گونه که لختی دورانی با لختی معمولی تفاوت دارد، گشتاور نیز با نیرو فرق دارد. فاصله از محور چرخش هم در لختی دورانی و هم گشتاور اهمیت دارد. این فاصله در مورد گشتاور بازوی اهرم نامیده می‌شود.

نیرو × بازوی اهرم = گشتاور

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r} \times \vec{F}| = rF\sin\theta$$

کمیت‌های $\vec{r}$ (فاصله از محور دوران) و $\vec{F}$ (نیرو) بردارند و ضرب مابین آن‌ها نیز ضرب خارجی دو بردار است. در رابطه‌ی اندازه‌ی گشتاور یعنی:

$$|\vec{\tau}| = \tau = rF\sin\theta$$

θ زاویه بین بردارهای $\vec{r}$ و $\vec{F}$ می‌باشد.

---

[1]. Center of gravity (CG)

SANABOOK.COM
مشاوره و پشتیبانی
جزوه
تقویت رزومه
نمره زبان MSRT / MHLE
کلاس(گروهی و خصوصی)
آزمون آزمایشی

گشتاور را با $\vec{N}$ نیز نشان می‌دهند.

معادله اساسی حاکم بر حرکت انتقالی و حرکت دورانی (چرخشی)

از قانون دوم نیوتن می‌دانیم که معادله‌ی حاکم بر حرکت انتقالی به‌صورت زیر است:

$$F = ma = m\ddot{x}$$

برای داشتن معادله حاکم بر حرکت دورانی حول محور ثابت کافی است، همتای دورانی کمیت‌های حاضر در قانون دوم نیوتن را در این معادله قرار دهیم:

$$\left.\begin{array}{ll} F \sim \tau & \text{گشتاور} \\ m \sim I & \text{لختی دورانی} \\ a \sim \alpha & \text{شتاب زاویه‌ای} \end{array}\right\} \Rightarrow \tau = I\alpha$$

همان‌گونه که شتاب (a) مشتق دوم مکان نسبت به زمان است یعنی:

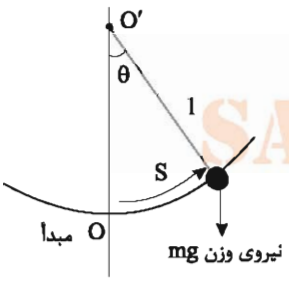
$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

(هرکدام از نقاط روی x در این رابطه نشان‌دهنده‌ی یک بار مشتق‌گیری نسبت به زمان است، بنابراین $\ddot{x}$ یعنی دو بار مشتق‌گیری از مکان نسبت به زمان.) به‌طور مشابه داریم:

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta}$$

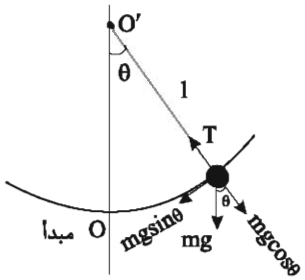
برای توضیح کمیت $\ddot{\theta}$ از مثال ساده آونگ ساده استفاده می‌کنیم تا فهم آن ملموس‌تر باشد.

آونگ ساده از جسمی به جرم m که به انتهای نخ انبساط ناپذیر سبکی به طول l وصل است تشکیل شده است. به شکل زیر توجه کنید:



SANABOOK.COM

حرکت روی کمانی از یک دایره صورت می‌گیرد که مکان m را در هر لحظه می‌توان با زاویه θ مشخص کرد (مکان زاویه‌ای) کمان متناظر با این زاویه (S) مطابق شکل برابر است با: $S = l\theta$



برای نوشتن معادله این حرکت ابتدا باید نیروهای مؤثر در این حرکت را مشخص نماییم. مطابق شکل نیروی وزن به دو نیرو تجزیه می‌شود.

کلاس(گروهی و خصوصی) آزمون آزمایشی
تقویت رزومه نمره زبان MHLE / MSRT
مشاوره و پشتیبانی جزوه
موسسه علوم پزشکی

چون در راستای نخ حرکتی نداریم بنابراین نیروی کشش نخ و مؤلفه وزن در راستای طول نخ یکدیگر را خنثی می‌کنند. بنابراین با فرض صرف‌نظر از نیروهای اتلافی تنها مؤلفه $mg\sin\theta$ وزن گلوله است که نظام حاکم بر این حرکت را پی‌ریزی می‌کند:

$$mg\cos\theta = T$$

با نوشتن قانون دوم نیوتن معادله (دیفرانسیل) حرکت به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$m\ddot{S} = -mg\sin\theta$$

علامت منفی نشان‌دهنده بازگرداننده بودن نیرو است. برای زوایای کوچک θ داریم:

بنابراین:
$$\begin{cases}\sin\theta \simeq \theta \\ \ddot{S} = -g\sin\theta\end{cases} \Rightarrow \ddot{S} + g\theta = 0$$

حال مختارید این معادله را یا برحسب s یا برحسب θ بنویسید:

$$\ddot{s} + g\theta = 0$$

$$S = l\theta \Rightarrow \begin{cases}\dot{S} = l\dot{\theta} \Rightarrow \ddot{S} = l\ddot{\theta} \\ \theta = \dfrac{S}{l} \\ \ddot{S} + g\theta = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\ddot{\theta} + \dfrac{g}{l}\theta = 0 \\ \text{یا} \\ \ddot{S} + \dfrac{g}{l}S = 0\end{cases}$$

هرگاه به یکی از این دو شکل کلی معادله حرکت رسیدید دوره تناوب حرکت با استفاده از ضریب θ (یا s) در این معادله‌ها به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

به‌طور مشابه برای سیستم وزنه و فنر معادله حرکت به‌صورت زیر است: (بدون نیروی اتلافی)

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

SANABOOK.COM

با روشن شدن مفهوم کمیت $\ddot{\theta}$ حال به همتای دورانی قانون دوم نیوتن بازمی‌گردیم و از آن برای به دست آوردن معادله حرکت آونگ ساده بهره می‌گیریم و خواهیم دید که به نتایج یکسانی مانند قانون دوم نیوتن خواهیم رسید:

$$\tau = I\alpha$$

$mg\sin\theta$ نیروی مؤثر و طول نخ (l) بازوی گشتاور نیرو خواهند بود (توجه کنید که در مورد آونگ ساده محور دوران، محوری است که از نقطه‌ی o' گذشته و بر صفحه‌ی دوران عمود است و فاصله نقطه اثر نیرو تا محور دوران برابر طول نخ می‌باشد و در ضمن ابعاد جرم m را کوچک فرض کرده‌ایم):

$$\tau = lmg\sin\theta$$

لختی دورانی آونگ ساده $I = ml^2$

مشاوره و پشتیبانی
جزوه
تقویت رزومه
نمره زبان MHLE / MSRT
کلاس(گروهی و خصوصی)
آزمون آزمایشی

$$\left.\begin{matrix}\Rightarrow -lmg\sin\theta = ml^{2}\ddot{\theta}\\ \sin\theta \approx \theta\end{matrix}\right\}\Rightarrow$$

علامت منفی به دلیل بازگرداننده بودن نیرو است.

$$\ddot{\theta}+\frac{g}{l}\theta = 0 \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{g}}$$

جدول زیر برای مقایسه حرکت انتقالی و حرکت دورانی حول محور ثابت بسیار مفید خواهد بود:

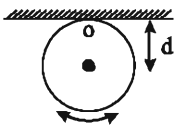
حرکت دورانی	حرکت انتقالی
(لختی دورانی) I	(جرم) m
(سرعت زاویه‌ای) ω	(سرعت خطی) V
(شتاب زاویه‌ای) α	(شتاب خطی) a
(تکانه زاویه‌ای) L $L = I\omega$	(تکانه خطی) P $P = mV$
گشتاور $\tau = I\alpha$	نیرو $F = ma$
انرژی جنبشی دورانی $\frac{1}{2}I\omega^{2}$	انرژی جنبشی انتقالی $\frac{1}{2}mV^{2}$
مکان زاویه‌ای θ	مکان x

سؤال ۲- حلقه نازکی به جرم ۱۴۰gr و شعاع $3/4\times10^{-3}$ از یک لبه تیز آویزان است. به‌طوری‌که حلقه می‌تواند در صفحه خود تحت اثر نیروی وزن خود نوسان کند. دوره تناوب نوسانات کم دامنه آن را بیابید؟

الف) $\frac{\pi}{2}$ ب) $\frac{2\pi}{100}$ ج) $\frac{4\pi}{10}$ د) $\frac{4\pi}{100}$

پاسخ گزینه (ج) صحیح است.

می‌دانیم:



$$\tau = r\times F = I\alpha = I\ddot{\theta}$$
$$\Rightarrow -mgr\sin\theta = I\ddot{\theta}\Rightarrow$$

برای زوایای کوچک می‌توان نوشت $mgr\theta + I\ddot{\theta} = 0 \rightarrow \ddot{\theta}+\frac{mgr}{I}\theta = 0 \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgr}}$

در این رابطه I لختی دورانی حول محور دوران و r فاصله‌ی مرکز جرم و محور دوران می‌باشند.

SANABOOK.COM
مشاوره و پشتیبانی
جزوه
تقویت رزومه
نمره زبان MHLE / MSRT
کلاس(گروهی و خصوصی)
آزمون آزمایشی